TERCERA ETAPA DEPARTAMENTAL **Nº Examen**

AREA: MATEMATICAS

DEPARTAMENTO: ………………………

20 de Agosto de 2011

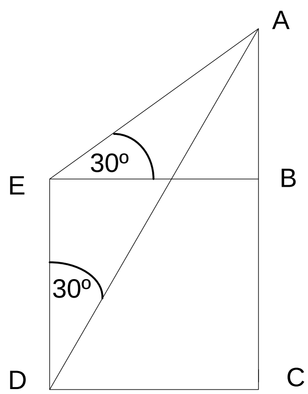
SOLUCIONARIO 3º DE SECUNDARIA

PREGUNTAS DE OPCION MULTIPLE (Debe marcar la respuesta correcta)

1. (10 pts) Hallar el valor de x en: cos x = 5

   a) $90°$ **b) No existe** c) $360°$ d) $180°$ e) Ninguna Anterior.

2. (10 pts)



Si AB=10

El rectangulo BCDE tiene su lado ED igual a

a)10 b) 40 **c) 20** d) 30 e) ninguna de las anteriores

3. (10 pts) Calcular el área del triangulo formado por los puntos: (3,-2), (5,4), (-2,3).

   a) 15 **b)** 20 c) $3\sqrt{5}$ d) 17 e) Ninguna Anterior.

4. (10 pts) Si **Tg $\boldsymbol{\theta}$ = x,** entonces **sen 2 $\boldsymbol{\theta}$** es igual a:

   a) 2x b) $1+x^2$ c) $\frac{1+x^2}{2x}$ **d)** $\frac{2x}{1+x^2}$ e) Ninguna Anterior.

PREGUNTAS DE DESARROLLO (Debe realizarlas en esta misma hoja)

5. (15 pts) Juan tiene un plano en el que decide dibujar un reloj circular. Pone el centro de las agujas en un punto que le llama como coordenadas (-3,7) y marca el punto (2,-5) por donde va a pasar el borde. Que ancho tiene su reloj?

Sea A= (-3,7); B = (2,-5). La distancia es: $\sqrt{(-3-2)^2+(7+5)^2} = \sqrt{169} = 13$

El ancho del reloj es 26 (el doble del radio)

RESP. 26.

6. (15 pts)¿Cuántos términos de la siguiente sucesión son divisibles por 30?

   8x24; 9x24; 10x24; …; 130x24

SOLUCION

n = 25

Para que 8x24; 9x24; 10x24; …; 130x24 sean divisibles entre 30, tiene que suceder que:

8; 9; 10; …; 130 sean divisibles entre 5

Analizando como progresión aritmética, de términos 10,15,20,………,130

$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow 130 = 10 + (n-1)5 \Rightarrow n = 25$

7. (15 pts) ¿Cuántas parejas (x,y) de números reales positivos satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x^{x+y} = y^3 \\ y^{x+y} = x^6 y^3 \end{cases}$$

SOLUCIÓN

Multiplicando las dos ecuaciones obtenemos:

$$(xy)^{x+y} = x^6y^6 = (xy)^6$$

De donde:

$$(xy)^{x+y-6} = 1$$

Luego, como la base es un real positivo, tenemos que la base es 1 o el exponente es cero, es decir, tenemos los siguientes casos:

- Caso 1: xy=1

  Reemplazamos $x = y^{-1}$ en la primera ecuación para obtener $y^{-(x+y)} = y^3$. Si $y \neq 1$, los exponentes de la última ecuación deberían ser iguales, lo cual no es posible pues $-(x+y)$ es negativo, en consecuencia, $y = 1$ y como $xy = 1$, entonces $x = 1$. Luego, en este caso tenemos la única solución $(x, y) = (1,1)$.

- Caso 2: x+y-6=0

  Reemplazamos $x + y = 6$ en la primera ecuación para obtener $x^6 = y^3$, de donde $x^2 = y$. Como $x + y = 6$, entonces $x + x^2 = 6$, que es una ecuación cuadrática que tiene raíces $x = 2$ y $x = -3$, y como x es positivo descartamos la última solución. Luego, tenemos que $x = 2$ y $x = 4$, lo que significa que en este caso la única solución es $(x, y) = (2,4)$.

En resumen, hay solamente dos parejas de reales positivos (x, y) que satisfacen el sistema de ecuaciones dado.

8. (15 pts) Simplificar:

$$\frac{sen 3x + sen x}{cos^2 x}$$

SOLUCION

$$\frac{\text{sen } 3\text{x} + \text{senx}}{\cos^2\text{x}} = \frac{sen\, x\,(2\cos 2x + 1) + senx}{\cos^2\text{x}} = \frac{sen\, x\,(2\cos 2x + 1 + 1)}{\cos^2\text{x}}$$

$$= \frac{2\text{ senx }(\cos 2\text{x}+1)}{\cos^2\text{x}} = \frac{2\, sen\, x\,(cos^2x - sen^2x + sen^2x + cos^2x)}{\cos^2\text{x}}$$

$$= \frac{2\ senx * 2\ cos^2x}{\cos^2 x} = 4\ senx$$