HUGO ALEX RIVAS MORA

EJERCICIOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA Y PARÁBOLA

1.- Encuentre la ecuación de la parábola con vértice V (0 , 0) y F (3 , 0).
Grafique la ecuación.

Solución

La distancia del vértice al foco es a = 3, entonces la ecuación $y^2 = 4ax$, será $y^2 = 12x$, la parábola está hacia la derecha.

2.- Las dos torres de un puente colgante distan entre 300 metros y se extiende 80 metros por encima de la calzada. Si éste cable que tiene la forma de una parábola es tangente a la calzada en el centro del puente, determinar la altura del cable por encima de la pista a 50 metros y también a 100 metros del puente. (Asumir que la pista del puente es horizontal)

Solución:

Debemos utilizar la ecuación $x^2 = 4ay$, además el punto P (150 , 80) Se reemplaza en la ecuación, es decir,

$$\begin{aligned} 150^2 &= 4a(80) \\ 22500 &= 320a \\ a &= \frac{22500}{320} \\ a &= 70{,}3125 \quad \textit{entonces} \quad \textit{en} \quad x^2 = \frac{75 \cdot 15}{16} y \end{aligned}$$

Además y_1 = 8, 88 metros e y_2 = 35, 55 metros

3.- Obtener la ecuación de la parábola con vértice en el origen y cuya directriz es y = 2

Solución

Sabemos que la ecuación es $x^2 = -4ay$, entonces a = 2 , por lo tanto la ecuación pedida es $x^2= -8y$

4.- Una recta pasa por el foco de una parábola con el vértice en el origen y con el eje horizontal, corta a la directriz en el punto A (- 3 , 8) . Calcular las coordenadas de los puntos de intersección de la parábola y la recta.

Solución4

$Y^2 = 4ax$ y su vértice es V (0 , 0) , además a = 3, la ecuación nos queda $y^2 = 12x$

Debemos encontrar la pendiente de la recta que pasa por el foco de la parábola, éste lo encontramos con el punto dado A y el foco F (3 , 0)

$$m=\frac{8-0}{-3-3}=-\frac{4}{3} \ \ entonces \ \ la \ \ ecuación \ \ y-0=-\frac{4}{3}(x-3) \Rightarrow 3y=-4x-12 \Rightarrow 4x+3y-12=0$$

Ahora se resuelve el sistema de ecuación entre la parábola y la recta y obtenemos los siguientes puntos como solución, es decir, intersección de la parábola : $p(\frac{3}{4} \ , 3) \ \ y \ \ Q \ (12 \ , -12 \ )$

5.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (4 , 2) y (-5 , 7)

$$m=\frac{7-2}{-5-4}=\frac{-5}{9} \ \ entonces \ \ y-2=-\frac{5}{9}(x-4) \ \ entonces \ \ 5x+9y-38=0$$

6.- Los puntos A(0, 0) , B (4 , 2) , C(- 2 , 6) son los extremos de una parcela, obtener las distancias y las ecuaciones que se forman al unir los puntos dados, además grafique.

Solución

Se deben obtener las pendientes de dada lado del terreno o mejor dicho del triángulo, es decir, desde AB ; AC y BC respectivamente

$$m_{AB}=\frac{1}{2} \ \ entonces \ \ x-2y=0$$

$$m_{BC}=\frac{-2}{3} \ \ entonces \ \ 2x+3y-14=0$$

$$m_{AC}=-3 \ \ entonces \ \ 3x+y=0$$

7.- Desde un punto M = (- 2 , 3) se ha dirigido hacia el eje OX un rayo de luz con la inclinación de un ángulo α , se sabe que $Tg\alpha$ =3. El rayo se reflejado del eje OX. Hallar las ecuaciones de las rectas en las que están los rayos incidentes y reflejado.

Solución

$$m=Tg\alpha=3 \ \ entonces \ \ y-3=3(x+2) \ \ \Rightarrow \ \ 3x-y+9=0$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por (1 , -3) y tiene m = 2

2.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por (5 , 1) y que tiene la misma pendiente que la recta determinada por los puntos (0 , 3) y (2 , 0)

3.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (- 1 , -4) y (8 , 5)

4.- Hallar la ecuación de la recta que forma un ángulo de 30^o con OX y cuya ordenada en el origen es 3.

5.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por (2 , -3) y es paralela a la recta $2x + y = 7$.

6.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por (- 1 , -1) y es paralela a la recta que pasa por los puntos (- 2 , 6) y (2 , 1)

7.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por la intersección de las rectas $x – 3y + 2 = 0$ y $5x + 6y – 4 = 0$ y es paralela a $4x + y + 7 = 0$

8.- Hallar la ecuación de la recta que es paralela a la recta $x + 3y – 5 = 0$ y pasa por el punto medio del segmento que une los puntos (- 2 , - 3) y (5 , 5)

9.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y es perpendicular a la recta $3x + 4y – 1 = 0$

10.- Hallar la ecuaci{on de la recta que pasa por el punto (2 , - 3) y es perpendicular a la recta $7x - 4y + 3 = 0$

11.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto el punto de intersección de las rectas $6x – 2y + 8 = 0$ y $4x – 6y + 3 = 0$ y es perpendicular a la recta $5x + 2y + 6 = 0$

12.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (4 , - 3) y forma un ángulo de 45^o con la recta $3x + 4y = 0$

13.-¿ Cuál de las siguientes ecuaciones representan oferta o demanda ?
¿ Cuál de ellas no representan nada ?

a) $x – 2 y 0 0$
b) $3x – 4y – 10 = 0$
c) $Y – 4 = 0$
d) $X – 3 = 0$
e) $2x – 3y + 1 = 0$
f) $2x + 5y + 4 = 0$
g) $3x + 4y – 12 = 0$
h) $5x – y – 10 = 0$
i) $2x + 3y + 2 = 0$
j) $X – 3y = 0$

14.- La curva de demanda que corresponde a un bien determinado es $x + 0{,}25y = 10$.

a) Evalúe la demanda si el precio es i) \$4 ii) \$16 iii) \$ 25

b) Calcule el precio si la cantidad demandada es i) 9 ii) 7 iii) 2

c) ¿ Cuál es el precio máximo que se pagaría por {este artículo ?

15.- La gráfica de la oferta de un artículo determinado es $x = 1.1\,y - 0.1$

a) Determinar el precio si la cantidad ofrecida es i) 1 ii) 0.8 iii) 0.5

b) Calcule la oferta si el precio es i) 8 ii) 6 iii) 4.1

16.- Resuelva algebraicamente las ecuaciones y verifique la estimación realizada para el precio y la cantidad para el equilibrio de mercado

i) $y = 10 - 2x$; $y = 1.5x + 1$ ii) $x = 15 - 3y$; $x = 2y - 3$

iii) $y = 6$; $x = 3y - 3$ iV) $2y + 3x - 10 = 0$; $x - 4y + 6 = 0$

17.- Analizar las siguientes ecuaciones :

i) $9x^2 + 25y^2 + 30x + 40y - 184 = 0$
ii) $5x^2 - 4y^2 + 10x + 16y - 31 = 0$

18.- Obtener el precio y la cantidad correspondiente al equilibrio, para las siguientes ecuaciones de oferta y demanda (donde x representa la cantidad e y el precio)

i) $2x + y - 10 = 0$; $y^2 - 8x - 4 = 0$ ii) $x^2 + 5x - y + 1 = 0$; $2x^2 + y - 9 = 0$

19.- Una planta metalúrgica produce cantidades x e y de dos tipos diferentes de acero , aplicando el mismo proceso de producción. La curva de transformación del producto correspondiente a la materia prima utilizada está dada por: $y^2 + x + 4y - 20 = 0$

i) ¿ Cuáles son las cantidades x e y máximas que pueden producirse ?
ii) ¿ Qué cantidades x e y deberían ser producidas a fin de tener $x = 4y$?

20.- Una fábrica produce cantidades x e y de dos artículos textiles distintos mediante el mismo proceso de producción. La curva de transformación del producto para la materia prima empleada esta dada por la función $y = 20 - 0.2x^2$

HUGO ALEX RIVAS MORA