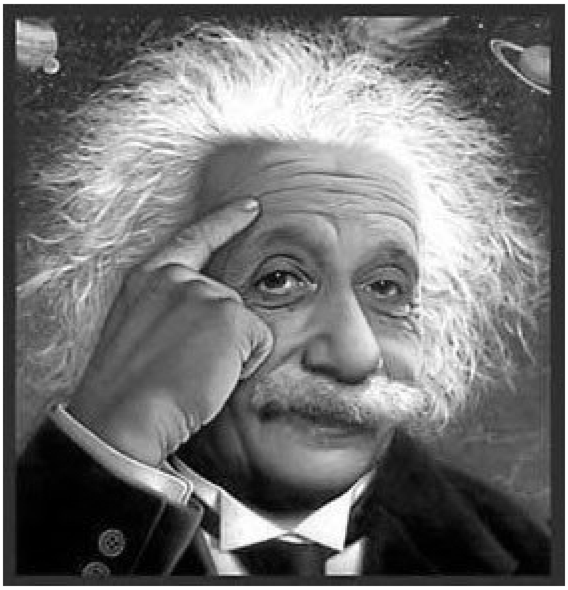
SAN MARTIN DE PORRES	**Guía Matemática**	*Diferenciado* FEBRERO 2019

Nombre del Profesor: Hugo Alex Rivas Mora Guía N° 1

Nombre del Estudiante: ___________________________________ **Nivel:** S-6

Sector de Aprendizaje: Matemática.

Unidad: Lógica de proposiciones.



LOGICA MATEMATICA.

I.- CONCEPTOS FUNDAMENTALES.

I.1.- DEFINICION.

La Lógica Matemática es una RAMA más de LAS MATEMATICAS como lo son, por ejemplo, La Aritmética, El Algebra, La Geometría, etc.; con sus elementos propios de trabajo, con sus operaciones particulares bien definidas y que solo son válidas en su contexto y con sus problemas específicos y que es lo que en conjunto caracteriza a cada una de ellas.

I.2.- ELEMENTOS DE TRABAJO.

Los elementos de trabajo de La Lógica Matemáticas, es decir, *los entes matemáticos con los cuales y sobre los cuales va a operar* son las PROPOSICIONES. Las proposiciones son a la Lógica Matemática lo que los Naturales son a la Aritmética; los Racionales al Algebra; las Funciones al Cálculo, etc. y, al igual que en estos casos, las proposiciones tienen su definición, que es:

PROPOSICIONES:

Una Proposición es un enunciado que puede ser Falso (F) o verdadero (V) pero NO ambas cosas a la vez o ninguna de ellas en forma simultánea.

En general las proposiciones se indican mediante las letras minúsculas a partir de la "p", por ejemplo:

p: El 4 es un número PAR.
q: El 15 es un número PRIMO.
r: El 56 NO es divisible entre 3.

Dado que la disponibilidad de "letras" a partir de la "p" es limitada, entonces se utilizan los subíndices en cada una de ellas para ampliar nuestra disponibilidad de elementos. Por ejemplo:

p_1: Son las 7 de la tarde.
p_2: Esta clase es de FISICA.
p_3: Un polinomio es derivable en todos los reales.
p_4. El número π es irracional.
p_5: Si un número es PAR entonces es divisible entre DOS.
p_6: La suma de los ángulos internos de un triángulo NO es igual a DOS rectos.

EJERCICIOS No. 1.

Valida las siguientes Proposiciones.

- p_1: Todo polinomio de Grado 2 tiene solución en los reales.
- p_2: Toda ecuación lineal tiene solución en los racionales.
- p_3: Toda ecuación lineal tiene solución en los naturales.
- p_4: Un polinomio es lineal si el grado mayor es 1.
- p_5: Los polinomios aceptan exponentes fraccionarios.
- p_6: El número 9 NO es PAR NI es PRIMO.
- p_7: El cinco es un número PRIMO.

OPERACION BINARIA.

Una Operación Binaria es una Regla de Correspondencia

mediante la cual a cada par ordenado de un conjunto AxA
le corresponde uno y solo un elemento del mismo conjunto A.

Según la definición anterior, una Operación Binaria se define para los elementos de un Conjunto A y solamente será válida para ellos. Así a cada Par de elementos del Conjunto le corresponderá UNO y SOLO UN elemento del mismo conjunto. Es lo que se llama una Operación Cerrada. Viene a ser una función que tiene como dominio al producto cartesiano AxA y como codominio al conjunto A. Es decir:

$$f : A \times A \rightarrow A$$

Ejemplos:

p_1: La suma NO es cerrada en el conjunto de los Impares.

La suma de DOS impares nos da un número que es PAR.
p_2: El producto es cerrado en los impares.
El producto de DOS impares siempre es un impar.
p_3: El producto NO es cerrado en los primos.
El producto de dos números primos NO es un número primo.
p_4: La composición de funciones es una operación cerrada.
La composición de DOS función define a otra función.
p_5: La raíz cuadrada es cerrada en los complejos.
Todo número complejo posee dos raíces.

De acuerdo con lo anterior, SI una operación binaria se define entre DOS elementos del conjunto y por definición es cerrada, entonces, cada una de las operaciones de la Lógica Matemática nos dará como resultado OTRA proposición la que de acuerdo con su definición también podrá ser F o V; a partir de tal condición se definen tales operaciones en los siguientes términos:

DISYUNCION.

La Disyunción es una Operación Binaria de la Lógica Matemática

definida entre DOS proposiciones y que da como resultado otra
proposición que será VERDADERA si al menos una de las
proposiciones operadas es verdadera, en caso contrario, es FALSA.

Análisis de la Definición:

1.- Una definición se DA y se acepta COMO válida ya que de inicio es una de las REGLAS con las que se va a trabajar en cada rama de la matemática. Lo que se le pide a la definición es que NO se contradiga con el cuerpo

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

CONJUNCION.

La Conjunción es una Operación Binaria de la Lógica Matemática

definida entre DOS proposiciones y que da como resultado otra proposición que será VERDADERA si y solo sí las proposiciones operadas son verdaderas simultáneamente.

Análisis de la Definición:

1.- Nuevamente esta definición se DA y se acepta COMO válida de acuerdo a lo aclarado en el punto 1 del análisis para la disyunción.
2.- Se define entre DOS proposiciones " p " y " q ".
3.- Se represente mediante el símbolo " ∧ " y se lee como " y ". Así: p ∧ q: se lee como: "p y q ".
4.- El resultado es OTRA proposición, característica heredada por ser una Operación Binaria.
5.- Siendo el resultado de una conjunción otra proposición, por definición esta puede ser F o V.
6.- Asi, esta Operación se define a partir de validar la proposición resultante.
7.- La que es V si ambas " p y q " son V simultáneamente en caso contrario es F.
8.- Finalmente, también en este caso podemos construir una tabla de verdad la que nos define esquemáticamente ésta operación en la forma siguiente:

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Junto con esta DOS operaciones Binarias, se define otra operación que se aplica sobre una sola proposición, es decir, NO es una operación binaria. Tal operación es la NEGACION la que se define en los términos siguientes:

NEGACION

La correspondiente tabla de verdad es:

p	~p
V	F
F	V

Ejemplos:
Efectúe las operaciones indicadas con las siguientes proposiciones. Valídelas.
p_1: La suma es cerrada en los pares.
p_2: El producto es cerrado en los impares.
$p_1 \vee p_2$: La suma es cerrada en los pares o el producto es cerrado en los impares. (V)
$p_1 \wedge p_2$: La suma es cerrada en los pares y el producto es cerrado en los impares. (V).
$\sim p_1 \wedge p_2$: La suma NO es cerrada en los pares y el producto es cerrado en los impares. (F)
$\sim p_1 \vee \sim p_2$: La suma NO es cerrada en los pares o el producto NO es cerrado en los impares. (F).
$p_1 \wedge p_1$: La suma es cerrada en los pares y la suma es cerrada en los pares. (V).
$p_1 \vee \sim p_2$: La suma es cerrada en los pares o el producto NO es cerrado en los impares. (V)
$p_2 \wedge \sim p_2$: El producto es cerrado en los impares y el producto no es cerrado en los impares. (F).

EJERCICIOS No. 2:
Con las proposiciones del ejercicio 1.C efectúe las siguientes operaciones. Valídelas.
a).- $\sim p_2 \wedge p_3$:
b).- $p_1 \vee \sim p_4$:
c).- $p_6 \wedge p_5$:
d).- $\sim p_3 \vee p_7$:
e).- $\sim p_5 \wedge \sim p_5$:
f).- $p_8 \vee p_6$:
g).- $p_7 \wedge p_1$:
h).- $p_6 \vee \sim p_7$:
i).- $\sim p_4 \wedge p_9$:
j).- $p_7 \vee \sim p_5$:

I.4.- PROBLEMAS DE LA LOGICA MATEMATICA.

Los problemas de la Lógica Matemática, en una primera instancia, son los RAZONAMIENTOS en su más pura acepción. Es decir, no como un proceso simple de evocación o de recuerdo, sino como un proceso BIEN estructurado, formado por proposiciones en el que el resultado final debe ser algo útil para que tenga sentido.

Es de todos sabido, y alguna vez hemos hecho uso de tal recurso, que cuando queremos desacreditar o rechazar algo, el recurso inmediato es decir que ese algo "NO TIENE LOGICA". Lo que esto significa, desde el punto de vista lógico, es que ese algo que estamos rechazando no puede soportar un proceso riguroso de análisis lógico, hecho a partir y con los conocimientos que asumimos todos poseemos.

En todo caso, aceptar o rechazar el conocimiento que continuamente nos está llegando y ante el cual forzosamente tenemos que reaccionar implica necesariamente un proceso de análisis lógico muy minucioso. Solamente así estaremos en posibilidad de rechazar o aceptar como verdadero tal conocimiento. Finalmente casi siempre tal conocimiento está expresado mediante una proposición.

¡ATENCION!.

Todo conocimiento, como resultado de un razonamiento, debe ser expresable mediante las operaciones de la lógica matemática.

Es decir, toda expresión de la lógica matemática que involucre proposiciones, conjunciones, disyunciones y/o negaciones representa un razonamiento y, como ya lo hemos mencionado, la validación de tales operaciones se realiza mediante la correspondiente tabla de verdad, por lo tanto:

UN RAZONAMIENTO:

- *Será VERDADERO si su tabla de verdad lo es también independientemente de los valores de verdad o falsedad de las proposiciones involucradas en él. (Razonamiento Tautológico o Tautología).*
- *Será FALSO si su tabla de verdad lo es también, independientemente de los valores de verdad o falsedad de las proposiciones involucradas en él. (Razonamiento Contradictorio o Absurdo).*
- *Ahora que si su valor de verdad depende de los valores de las proposiciones involucradas, se dice que el razonamiento es Contingente.*

Por lo anteriormente dicho solamente los razonamientos tautológicos serán de nuestro interés.

Pero: ¿Cómo podemos modelar un razonamiento?.

Para lograr lo anterior es necesario identificar, en primera instancia, el razonamiento MAS elemental que pueda existir. Esto significa algo así como identificar el razonamiento mínimo posible que se pueda dar. Tal razonamiento mínimo es la INFERENCIA MATERIAL llamada también simplemente inferencia lógica, la cual se define como:

INFERENCIA MATERIAL.

Es la forma más elemental que adopta una Razonamiento en la Lógica Matemática. Se define entre DOS proposiciones: Una, la primera, llamada Antecedente o Hipótesis y otra, la segunda, Consecuente o Tesis. Dado que es la conexión entre DOS proposiciones entonces nos da como resultado otra proposición que será V si ambas son V o si el Antecedente es F independientemente del Consecuente. Se representa mediante el símbolo " $\rightarrow$ " y se lee: "Si . . .Entonces . . . " así en la inferencia "$p \rightarrow q$" la leemos: Si p entonces q.

De acuerdo con la definición anterior, tendremos la siguiente Tabla de Verdad que nos permite validar una Inferencia.

Ejemplo:

Con las siguientes proposiciones construya las Inferencias que se piden. Valídelas.

p: 4 y 10 son números pares.

q: 4 + 10 es un número Par.

a).- $p \rightarrow q$: Si 4 y 10 son Pares, entonces 4 + 10 es Par. (A = V y C = V $\therefore \rightarrow$ V)

b).- $\sim p \rightarrow q$: Si 4 y 10 NO son pares entonces 4 + 10 es Par. (A = F y C = V $\therefore \rightarrow$ V)

c).- $p \rightarrow \sim q$: Si 4 y 10 son pares entonces 4 + 10 NO es par. (A = V y C = F $\therefore \rightarrow$ F)

d).- $\sim p \rightarrow \sim q$: Si 4 y 10 NO son pares entonces 4 + 10 NO es par. (A = F y C =F $\therefore \rightarrow$ V)

e).- $q \rightarrow p$: Si 4 + 10 es PAR entonces 4 y 10 son pares. (A = V y C = V $\therefore \rightarrow$ V)

f).- $q \rightarrow \sim p$: Si 4 + 10 es PAR entonces 4 y 10 NO son pares. (A = V y C = F $\therefore \rightarrow$ F).

g).- $\sim q \rightarrow p$: Si 4 + 10 NO es par entonces 4 y 10 son pares. (A = F y C = V $\therefore \rightarrow$ V).

h).- $\sim q \rightarrow \sim p$: Si 4 + 10 NO es par entonces 4 y 10 NO son pares. (A = F y C =F $\therefore \rightarrow$ V)

EJERCICIOS No. 3.

Con las siguientes proposiciones construya las Inferencias que se piden. Valídelas.

p: 5 y 9 son números impares.

q: 5 x 9 es un número impar.

a).- $p \rightarrow q$:

b).- $\sim p \rightarrow q$:

c).- $p \rightarrow \sim q$:

d).- $\sim p \rightarrow \sim q$:

e).- $q \rightarrow p$:

f).- $q \rightarrow \sim p$:

g).- $\sim q \rightarrow p$:

h).- $\sim q \rightarrow \sim p$:

DEFINICION:

Dos expresiones de la Lógica Matemática son equivalentes y representan el mismo razonamiento si tiene la misma tabla de verdad. Es decir, si para la misma combinación de valores de verdad de las proposiciones involucradas el resultado tiene también el mismo valor de verdad.

La definición anterior nos permite obtener el Modelo Matemático de la Inferencia Lógica. Sin entrara en detalles diremos que tal Modelo está dado por la expresión:

I.5.- LA LOGICA DE LA DEMOSTRACION.

La Lógica de la Demostración es una de las pocas ramas de las Matemáticas que han trascendido a través del desarrollo de la humanidad y tiene como objetivo:

CONFERIRLE A LOS CONOCIMIENTOS

MATEMATICOS LA CATEGORIA DE VERDADES

ABSOLUTAS EN SU PARTICULAR CONTEXTO.

Esto significa que todo conocimiento matemático que se desarrolla y por consecuencia se enuncia como nuevo a medida que la ciencia avanza, forzosamente debe caber en el paquete cognoscitivo que en su momento es aceptado como tal y debe avenirse a las reglas del juego que en su momento están establecidas. Cuando no se da este caso, casi siempre la lucha para que tal conocimiento se preserve a sido a costa de la propia vida de los impulsores.

Entonces, cuando un nuevo conocimiento es enunciado, la inercia a aceptarlo es elevada y, en primera instancia, se busca desacreditarlo mediante lo que vendría a ser El Primer Método de Demostración que es:

EL CONTRAEJEMPLO

Consiste básica en presentar un ejemplo que niegue la

aseveración que el conocimiento está enunciando.

Análisis del Método:

1.- Estrictamente hablando este Método no es un Método para demostrar que ALGO es verdadero, sino para evidenciar que ese ALGO es falso mediante el fácil recurso de dar un ejemplo que invalida el conocimiento, de ahí su nombre de Contraejemplo.

EJEMPLO:

p_1: Todos los peces son ovíparos.

p_2: Todos los seres humanos tiene DOS brazos.

P_3: Toda función continua es derivable.

P_4: Todo cuerpo que se deje a la libre acción de la gravedad tiende a caer.

La forma más acabada, en el sentido de la perfección, de un razonamiento es el que se da en la Demostración de un enunciado matemático. Demostrar que una proposición que encierra un conocimiento matemático es verdadera, El Método por excelencia de la demostración matemática es:

METODO DIRECTO *Parte del consecuente o Hipótesis y empleado definiciones,* *propiedades y/o conocimientos previamente demostrados, a* *partir de ella, formamos una cadena de Inferencias Lógicas* *la quede manera natural nos lleva a la Tesis.*

Análisis del Método.

1.- Es el Método de Demostración por excelencia de la Matemática.

2.- Se dice que es un método constructivista, ya que el conocimiento se construye mediante la demostración.

3.- Nos lleva directamente de la Hipótesis a la Tesis.

4.- La Hipótesis siempre es verdadera.

5.- A partir de ella se deriva una proposición cuya veracidad debe demostrarse.

6.- La proposición final siempre es la Tesis.

7.- El razonamiento es una Tautología. Es decir, su Tabla de Verdad siempre es Verdadera independientemente de los valores que adopten las proposiciones.

8.- El Método se plantea según se muestra enseguida:

$$
\begin{array}{ll}
p: & \text{(Hipótesis)} \\
p \rightarrow p_1: & \text{(Obtenida de } p) \\
p_1 \rightarrow p_2: & \text{(Obtenida de } p_1) \\
p_2 \rightarrow p_3: & \text{(Obtenida de } p_2) \\
. & \\
. & \\
. & \\
p_n \rightarrow q: & \text{(Obtenida de } p_n) \\
\hline
q \ \text{(Tesis).} &
\end{array}
$$

9).- El Método se lee según se muestra enseguida:

$$[\, p \wedge (p \rightarrow p_1) \wedge (p_1 \rightarrow p_2) \wedge (p_2 \rightarrow p_3) \wedge \ . \ . \ . (p_n \rightarrow q) \,] \rightarrow q$$

10).- De acuerdo con nuestra definición la Ecuación correspondiente es:

b).- Muestre que el razonamiento utilizado en el Método Directo es una tautología.

Como ya mencionamos, el método directo es el método por excelencia de la demostración matemática, ya que nos lleva directamente de la Hipótesis a la Tesis, sin embargo este método no siempre es aplicable, ya que en muchos casos la hipótesis se resiste a proporcionarnos la información necesaria para construir la demostración de ahí la importancia del segundo método que viene a ser él:

METODO INDIRECTO.

Este Método es semejante al Método Directo con la variante de que la Tesis negada se convierte en Hipótesis y esta negada en aquella definiendo así lo que se conoce como Inferencia Contrapositiva a partir de la cual se efectúa la demostración.

Análisis del Método.

1.- Se parte de la Inferencia del Método Directo dada por: $p \rightarrow q$

2.- Según la definición la inferencia utilizada es: $\sim q \rightarrow \sim p$

3.- Ambas son análogas en el sentido de que su tabla de verdad es idéntica.

4.- No se demuestra que q:, la tesis, sea verdadera.

5.- Se demuestra que si $\sim q$ es verdadera entonces $\sim p$ también lo es.

6.- De lo anterior se infiere que si p es verdadera entonces q también lo es según lo dicho en el punto 3.

7.- La mecánica de la demostración es la misma que para el Método Directo.

EJEMPLO:

Utilizando el Método Indirecto demuestre que:

a).-

p: n^2 es un número PAR.

q: n es un número PAR.

$p \rightarrow q$: Si n^2 es PAR, entonces n también es PAR.

b).-

p: A es un número irracional y B es un número Racional.

q: A + B es un número irracional.

$p \rightarrow q$: Si A es un número Irracional y B es un número Racional entonces su suma A + B es un número irracional.

REDUCCION AL ABSURDO

(CONTRADICCION)

Este Método consiste en construir una cadena de Inferencias Lógicas tomando como hipótesis de partida la negación de la tesis, y en el proceso llegamos a una proposición que se contradice con el hipótesis o con alguna otra proposición intermedia cuya veracidad ya ha sido demostrada.

Análisis del Método:

1.- La semejanza con los anteriores es que también es la construcción de una cadena de inferencias lógicas.

2.- Sin embargo, NO se demuestra la veracidad de la Tesis supuesta la veracidad de la Hipótesis.

3.- Tampoco se infiere la veracidad de la Tesis después de demostrar la veracidad de la negación de la Hipótesis bajo el supuesto de la veracidad de la negación de la Tesis.

4.- El Método parte de negando la tesis construir la cadena de inferencias lógicas.

5.- En el proceso se llega a una proposición que se contradice con la Hipótesis de partida o con alguna otra proposición cuya veracidad ya ha sido demostrado.

6.- De aquí se infiere que la negación de la tesis NO puede ser verdadera, es decir, debe ser falda.

7.- Por lo tanto, la Tesis no negada debe ser verdadera.

8.- La cadena de inferencias lógicas se detiene cuando surge la contradicción y entonces obtenemos las conclusiones.

EJEMPLO.-

Utilizando el Método de Reducción al Absurdo demuestre que "La Raíz de 2 es un número irracional".

Existen proposiciones que en su enunciado contiene diversas alternativas, como aquellas que se definen en el campo de los números reales como por ejemplo:

p: La derivada f'(x) de una función f(x) valuada en un punto crítico es cero.

Al pretender demostrar la veracidad de esta proposición debemos de demostrar que las proposiciones alternas:

p_1: La derivada f'(x) de una función f(x) valuada en un punto crítico es negativa.

p_2: La derivada f'(x) de una función f(x) valuada en un punto crítico es positiva.

son falsas. En estos casos, se emplea lo que se conoce como Método de:

DISYUNCION DE CASOS.

Consiste básicamente en emplear alguno de los métodos anteriores para cada una de las alternativas que puede adoptar nuestra proposición a demostrar.

Las proposiciones son evidentes y están enunciadas (Son válidas) en el conjunto de los naturales o en algún subconjunto de ellos.

Ahora que si el conjunto de validez es finito, demostrar la veracidad de la proposición se obtiene mediante verificación directa, por ejemplo, si decimos que:

p_3: La suma de los primeros 50 naturales es 1,275.

Para comprobar su veracidad basta con efectuar la suma.

Empero, si el conjunto es infinito, tal verificación por validación directa además de no poderse efectuar, carece de sentido, por lo tanto se plantea la pregunta: ¿Cómo podemos demostrar este la veracidad de este tipo de proposiciones?. La respuesta a tal pregunta es que tal demostración se efectúa mediante el:

METODO DE INDUCCION MATEMATICA.

Sea p(x) una proposición definida en algún conjunto bien ordenado B.

1. *Si tal proposición se cumple para el primer elemento. y*
2. *Si suponiendo que tal proposición se cumple para el elemento "k"*
3. *Podemos demostrar que se cumple para el elemento "k+1"*

Entonces, tal proposición se cumple para todo elemento k del conjunto B.

Análisis de la definición:

1.- La proposición se enuncia en un conjunto B Bien Ordenado, que es aquel que:

a).- Tiene un primer elemento bien identificado.

b).- A todo elemento k de B le sigue uno y solo un elemento k+1 bien identificable.

2.- La proposición se VALIDA directamente sobre el primer elemento. Es decir, se verifica que el primero elemento de B la satisfaga.

3.- Se supone que tal proposición la satisface el elemento k ε B arbitrario. Por hipótesis esta suposición SIEMPRE es verdadera.

4.- Si utilizando la hipótesis anterior podemos demostrar que el siguiente elemento k+1 de B satisface la proposición, entonces:

5.- Se infiere que la proposición es válida para todo elemento de B.

EJERCICIOS.

1. OBTÉN LA TABLA DE VERDAD DE LAS SIGUIENTES EXPRESIONES PROPOSICIONALES:

EJERCICIOS PROPUESTOS.

Resuelve los siguientes ejercicios en tu cuaderno.

1.-) Si la proposición $((\sim p \wedge q) \vee r) \leftrightarrow (p \vee \sim p)$ es verdadera y VL(r)=0, determina VL(p) y VL(q)

2.-) Consideremos las siguientes proposiciones:

p: $x=0$ es la única solución de la ecuación $x^2 + x=0$

q: $x=0$ es una solución de la ecuación $x^2 + x=0$

r: La ecuación $x^2 - 1=0$ tiene solución en el conjunto de los números reales

Encuentra el valor lógico de las proposiciones:

i) $(p \wedge q) \vee r$

ii) $p \wedge (q \vee r)$

iii) $(p \wedge q) \leftrightarrow \sim r$

iv) $(\sim r) \rightarrow ((\sim p) \wedge q)$

3.-) Si la proposición $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge p)$ es falsa y VL(q)=0; hallar VL(p) y VL(r)

4.-) Si la proposición $(p \vee q) \leftrightarrow (((\sim q \wedge r) \rightarrow s)$ es falsa y VL(p)=1; hallar VL(q),VL(r)y VL(s)

5.-) Usando los datos proporcionados.

i) $(p \wedge q) = 1$ y $(q \wedge r) = 0$ encuentra el valor lógico para:

$$[\,(r \vee p) \rightarrow (r \wedge q)\,]$$

ii) $(p \rightarrow q) = 0$ y $(r \wedge p) = 0$ encuentra el valor lógico para:

$$\sim (p \wedge \neg r) \quad \text{y} \quad p \leftrightarrow r$$

iii) $(\overline{p} \rightarrow q)$ es falsa encuentra el valor lógico para:

$$(p \vee q) \rightarrow q \quad \text{y} \quad (p \wedge q) \rightarrow p$$

iv) VL(p) = 1 , VL(q) = 0 y VL(r) = 1 ; encuentra el valor lógico para:

$$(p \wedge q) \rightarrow r \qquad (p \vee q) \rightarrow \overline{r} \qquad (p \wedge r) \leftrightarrow (\overline{q} \wedge p)$$

6.-) Cinco amigos compiten una carrera en la que no hubo empates y cada uno hace su declaración al llegar a la meta. Establecer el orden de llegada si cada uno dijo al menos una verdad en su declaración:

Tito: Juan llegó primero y yo segundo
Diego: Juan llegó segundo y yo cuarto
Pato: Santiago llegó quinto y yo tercero
Juan: Pato llegó primero y yo quinto
Santiago: Juan llegó tercero y yo cuarto

7.-) Un Estudiante del Colegio Santa Cruz de Chicureo quizo ser detective y se pone a investigar un crimen,llegando a comprobar que las siguientes anotaciones que realizó, son todas verdaderas: